

„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2013. január 26.

XII. OSZTÁLY

M 2 – es program

- 1.) Adott az $f : (-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2} - 2\arctg x$ függvény.
Számítsa ki az $f'(x)$ deriváltat és határozza meg f -nek azt a F primitív függvényét, amelyre $F(0) = \frac{\pi}{2}$.
- 2.) Igazolja, hogy az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln^2 x}{x} & , x \geq 1 \\ xe^x - e & , x < 1 \end{cases}$ függvény primitiválható \mathbb{R} -en, és határozza meg f primitív függvényeit!
- 3.) Számítsa ki az $\int \frac{x+5}{(x-1)(x^2+2)} dx$ integrált!
- 4.) Adottak az $A, B \in M_3(\mathbb{Z}_4)$ mátrixok a következőképpen: $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$, $a_{ij} = \hat{i} + \hat{j}$,
 $B = (b_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$, $b_{ij} = \hat{i} \cdot \hat{j}$, valamint az $G = \{A^k | k \in \mathbb{N}^*\}$ és $H = \{kB | k \in \mathbb{N}^*\}$ halmazok.
- a) Határozza meg a G, H és $G \cap H$ halmazok elemeinek számát!
- b) A (G, \cdot) és $(H, +)$ struktúrák közül melyik Abel-féle csoport? A kommutativitás, asszociativitás, semleges elem létezése, minden elem szimmetrizálhatósága tulajdonságok közül melyek érvényesek a másik struktúrában? Mindkét kérdésre adott válaszát indokolja meg részletesen!

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore